

Domáca úloha č. 11

Zverejnená 22.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 5.4.2021.

Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Nájdite kardinalitu danej množiny:
a) $\mathbb{C} \times \mathbb{Q}$; b) $\mathbb{Q} \times \mathbb{R}$; c) $\mathbb{R} \times \mathbb{N}$; d) $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$;
2. Nájdite kardinalitu danej množiny:
a) $\mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$; b) $\mathbb{Q}^{\mathbb{R}}$; c) $\mathbb{R}^{\mathbb{N} \times \mathbb{N}}$; d) $\mathbb{C}^{\mathbb{Q}}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Takisto môžete používať známe kardinality číselných množín: $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$ a $|\mathbb{R}| = |\mathbb{C}| = \mathfrak{c}$. Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Výsledok by mal byť upravený na niektoré z kardinálnych čísel \aleph_0 , \mathfrak{c} , $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$.

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,

b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,

c: BKu, SN, SS, TS, MT,

d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,