

## Domáca úloha č. 12

Zverejnená 30.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 12.4.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeníach.)

Táto d.ú. je za 6 bodov.

Zistite, či uvedené tvrdenie platí pre ľubovoľné nekonečné kardinálne čísla  $a, b, c$ . Ak platí, tak ho dokažte. Ak nie uveďte kontrapríklad (a zdôvodnite, že je to skutočne kontrapríklad).

a)  $a^b = a^c \Rightarrow b = c$

b)  $b^a = c^a \Rightarrow b = c$

c)  $a^b \leq a^c \Rightarrow b \leq c$

d)  $b^a \leq c^a \Rightarrow b \leq c$

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností  $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$  a  $\aleph_0^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$ . (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti  $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$ , ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.)

a: PA, LČ, EL, MM, DŠ, , ,

b: KČ, PJ, KK, SN, , ,

c: VH, SD, KM, TS, KŠ, ,

d: BKu, RP, SS, BKr, MT, , ,