Domáca úloha č. 1

Zverejnená 12.2.2021 - odovzdáva sa najneskôr 1.3.2021.
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Rozhodnite, či ide o tautológiu.
   (a) $((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$
   (b) $[p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r]$
   (c) $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$
   (d) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
   (e) $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow r]$

2. Zistite, či platí daná množinová identita. Svoje tvrdenie zdôvodnite.
   (a) $A \cap (A \cup B) = A$
   (b) $A \cup (A \cap B) = A$
   (c) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
   (d) $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$
   (e) $A \cup B = A \triangle B \triangle (A \cap B)$

a: PA, LČ, KČ, TS, ,
b: PJ, BKr, KK, KŠ, ,
c: KM, MM, SN, DŠ,
d: SD, VH, RP, MT,
e: BKu, EL, SS, ,

Domáca úloha č. 2

Zverejnená 12.2.2021 - odovzdáva sa najneskôr 8.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

Poznámka k tejto d.ú.: Ako som spomínal aj na prednáške, tak v budúcnosti budeme používať podobné tvrdenia týkajúce sa výrokov s kvantifikátormi bez toho, že by ich bolo treba detailne zdôvodniť. Tieto prvé príklady sú však na to, aby ste si trochu precvičili to, či viete rozoznať, ktoré tvrdenia platia a ktoré nie – preto v tomto prípade by som chcel, aby ste skúsili napísať aj nejaké zdôvodnenie.

1. Nech p je výrok a $Q(x)$ je výroková funkcia. Zistite, či platí uvedená ekvivalencia. Svoje tvrdenie zdôvodnite.
   (a) $p \wedge (\exists x)Q(x) \Leftrightarrow (\exists x)(p \wedge Q(x))$
   (b) $p \vee (\exists x)Q(x) \Leftrightarrow (\exists x)(p \vee Q(x))$
   (c) $p \wedge (\forall x)Q(x) \Leftrightarrow (\forall x)(p \wedge Q(x))$
   (d) $p \vee (\forall x)Q(x) \Leftrightarrow (\forall x)(p \vee Q(x))$

2. Zistite, či platí uvedená implikácia. Svoje tvrdenie zdôvodnite.
   (a) $(\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow [(\forall x)P(x) \Rightarrow (\forall x)Q(x)]$
   (b) $(\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow [(\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)]$
   (c) $(\exists x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow [(\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)Q(x)]$
   (d) $[(\forall x)P(x) \Rightarrow (\forall x)Q(x)] \Rightarrow (\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x))$

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 3

Zverejnená 12.2.2021 - odovzdáva sa najneskôr 8.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto d.ú. je za 6 bodov.

1. Zistite, či platí uvedená rovnosť pre ľubovoľnú množinu A a ľubovoľné systémy množín $\{A_i; i \in I\}$, $\{B_i; i \in I\}$. (V častiach, kde sa vyskytuje prienik, navyše predpokladáme $I \neq \emptyset$, aby prienik bol definovaný. Dokazujte tieto tvrdenia priamo z definície – bez použití akýchkoľvek pomocných tvrdení o množinách z textu k prednáške alebo z cvičení.)
   (a) $A \setminus \bigcap_{i \in I} B_i = \bigcup_{i \in I} (A \setminus B_i)$
   (b) $A \setminus \bigcup_{i \in I} B_i = \bigcap_{i \in I} (A \setminus B_i)$
   (c) $(\bigcup_{i \in I} A_i) \cup (\bigcup_{i \in I} B_i) = \bigcup_{i \in I} (A_i \cup B_i)$
   (d) $(\bigcap_{i \in I} A_i) \cap (\bigcap_{i \in I} B_i) = \bigcap_{i \in I} (A_i \cap B_i)$

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 4

Zverejnená 1.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 15.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Dokážte, alebo nájdite kontrapríklad:
   a) $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$;
   b) $(A \times B) \cup (C \times D) \supseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$;
   c) $(A \times B) \cap (C \times D) \subseteq (A \cap C) \times (B \cap D)$;
   d) $(A \times B) \cap (C \times D) \supseteq (A \cap C) \times (B \cap D)$;

2. Dokážte platnosť daného tvrdenia pre ľubovoľné množiny A, B, C, alebo nájdite kontrapríklad:
   a) $A \subseteq B \cap C$ práve vtedy, keď $A \subseteq B$ a $A \subseteq C$;
   b) $A \subseteq B \cup C$ práve vtedy, keď $A \subseteq B$ alebo $A \subseteq C$;
   c) $A \cup B \subseteq C$ práve vtedy, keď $A \subseteq C$ a $B \subseteq C$;
   d) $A \cap B \subseteq C$ práve vtedy, keď $A \subseteq C$ alebo $B \subseteq C$.

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 5

Zverejnená 1.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 15.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto d.ú. je za 6 bodov.

Pripomínam, že označenie $f^{-1}[B]$ označuje *vzor* množiny B v zobrazení f (a nie obraz množiny B v inverznom zobrazení f^{-1}).

1. Nech $f\colon X \to Y$, $g\colon Y \to Z$ sú zobrazenia, $A, B \subseteq X$, $C, D \subseteq Y$, $E \subseteq Z$, $A_i \subseteq X$ a $B_i \subseteq Y$ pre každé $i \in I$. Dokážte, že platí:
   a) $f^{-1}[C \cup D] = f^{-1}[C] \cup f^{-1}[D]$;
   b) $f[A] \setminus f[B] \subseteq f[A \setminus B]$ a ukážte na príklade, že nemusí platiť rovnosť;
   c) $f^{-1}[\bigcup_{i\in I} B_i] = \bigcup_{i\in I} f^{-1}[B_i]$;
   d) $f^{-1}[C \setminus D] = f^{-1}[C] \setminus f^{-1}[D]$
   e) $f[A] \setminus f[B] = f[A \setminus B]$ za predpokladu, že f je injekcia.

a: PA, BKr, BKu, TS, ,
b: LČ, KK, KM, KŠ, ,
c: KČ, MM, SN, DŠ, ,
d: VH, EL, SS, , ,
e: SD, PJ, RP, MT, ,

Domáca úloha č. 6

Zverejnená 9.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 22.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

Za predpokladu, že A, B, A_i, B_i (pre každé $i \in \mathbb{N}$) sú ľubovoľné množiny, dokážte alebo vyvráťte nasledujúce tvrdenia.

Poznámka 1: Tvrdenia v prvej úlohe by sa mohli dať dokázať matematickou indukciou. Skúste sa zamyslieť nad tým, či sa dá matematická indukcia použiť aj v druhej úlohe, alebo to treba dokazovať nejakým iným spôsobom.

Poznámka 2: Aj ste schopní dokázať tvrdenia v druhej časti a potom vysvetliť, že z nich vyplývajú tvrdenia v prvej časti, tak to je samozrejme úplne legitímne riešenie. (A ak budú vaše argumenty správne, tak znamená plný počet bodov.) Stručne: Môžete to riešiť v inom poradí, ako je to zadané – ak vám to nejako pomôže.

1. (a) $B \cup \left(\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i\right) = \bigcap\limits_{i=0}^{n} (B \cup A_i)$
   (b) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup\limits_{i=0}^{n} A_i \subseteq \bigcup\limits_{i=0}^{n} B_i$.
   (c) Ak pre každé $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i \subseteq \bigcap\limits_{i=0}^{n} B_i$.
   (d) Ak pre niektoré $i \in \{0, 1, \ldots, n\}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap\limits_{i=0}^{n} A_i\right) \cap B = \emptyset$.

2. (a) $B \cup \left(\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i\right) = \bigcap\limits_{i=0}^{\infty} (B \cup A_i)$
   (b) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcup\limits_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcup\limits_{i=0}^{\infty} B_i$.
   (c) Ak pre každé $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \subseteq B_i$, tak aj $\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i \subseteq \bigcap\limits_{i=0}^{\infty} B_i$.
   (d) Ak pre nejaké $i \in \mathbb{N}$ platí $A_i \cap B = \emptyset$, tak platí aj $\left(\bigcap\limits_{i=0}^{\infty} A_i\right) \cap B = \emptyset$.

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 7

Zverejnená 9.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 22.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto domáca úloha je za 6 bodov.

Pripomínam, že označenie $f^{-1}[B]$ označuje *vzor* množiny B v zobrazení f (a nie obraz množiny B v inverznom zobrazení f^{-1}).

1. Nech $f\colon X \to Y$ je zobrazenie. Dokážte:
   a) f je injekcia práve vtedy, keď pre ľubovoľné $A \subseteq X$ platí $A = f^{-1}[f[A]]$;
   b) f je surjekcia práve vtedy, keď pre ľubovoľné $C \subseteq Y$ platí $f[f^{-1}[C]] = C$;
   c) f je injekcia práve vtedy, keď pre ľubovoľné $A, B \subseteq X$ platí $A \subseteq B \Leftrightarrow f[A] \subseteq f[B]$;
   d) f je surjekcia práve vtedy, keď pre ľubovoľné $C, D \subseteq Y$ platí $C \subseteq D \Leftrightarrow f^{-1}[C] \subseteq f^{-1}[D]$.

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 8

Zverejnená 15.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 29.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto domáca úloha je za 6 bodov.

1. Zistite, či dané tvrdenie platí (zdôvodnite ho, alebo vyvráťte resp. nájdite kontrapríklad):
   a) Ak A, B sú ľubovoľné množiny, tak platí
   $$|A| + |B| = |A \cup B| + |A \cap B|.$$
   b) $|\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}| = |\mathbb{R}|$
   c) Ak $f\colon X \to Y$ je ľubovoľné zobrazenie, $A, B \subseteq X$ a platí $|A| \leq |B|$, tak aj $|f[A]| \leq |f[B]|$.
   d) Ak $f\colon X \to Y$ je injekcia, $A, B \subseteq X$ a platí $|A| \leq |B|$, tak aj $|f[A]| \leq |f[B]|$.

a: LČ, BKr, BKu, MM, SN, ,
b: KČ, SD, PJ, KM, KŠ, ,
c: KK, RP, SS, TS, MT,
d: PA, VH, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 9

Zverejnená 15.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 29.3.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto domáca úloha je za 6 bodov.

Nech A, B, C sú množiny, pričom množina C je neprázdna, a $f\colon A \to B$ je zobrazenie.

$$\begin{tikzcd} A \arrow[rr, "f"] \arrow[dr] & & B \arrow[dl, "g"] \\ & C & \end{tikzcd}$$

Potom môžeme definovať zobrazenie $\varphi\colon C^B \to C^A$ predpisom

$$\varphi(g) = g \circ f.$$

1. Dokážte, alebo nájdite kontrapríklad:
   a) Ak f je surjektívne, tak φ je injektívne.
   b) Ak f je surjektívne, tak φ je surjektívne.
   c) Ak f je bijektívne, tak φ je bijektívne.
   d) Ak f je injektívne, tak φ je injektívne.

a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 10

Zverejnená 22.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 5.4.2021.
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
   a) $\mathfrak{c}^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}}$; c) ${\aleph_0}^{\mathfrak{c}}$; d) $\mathfrak{c} \cdot \aleph_0$
2. Vypočítajte (t.j. zistite, či je daný kardinál rovný niektorému z čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$):
   a) $(2^{\mathfrak{c}})^{\aleph_0}$; b) $\mathfrak{c}^{2^{\mathfrak{c}}}$; c) $\aleph_0 \cdot 2^{\mathfrak{c}}$; d) $(2^{\mathfrak{c}})^{\mathfrak{c}}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Ak je použitý zápis a^{b^c}, myslí sa tým $a^{(b^c)}$ a nie $(a^b)^c$. (Čo je asi vcelku prirodzené, lebo $(a^b)^c$ by sme mohli prepísať ako a^{bc}; ale pre istotu som to zdôraznil.)
a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 11

Zverejnená 22.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 5.4.2021.
Celá d.ú. je za 6 bodov. (T.j. každá časť za 3 body.)

1. Nájdite kardinalitu danej množiny:
   a) $\mathbb{C} \times \mathbb{Q}$; b) $\mathbb{Q} \times \mathbb{R}$; c) $\mathbb{R} \times \mathbb{N}$; d) $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$;

2. Nájdite kardinalitu danej množiny:
   a) $\mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$; b) $\mathbb{Q}^{\mathbb{R}}$; c) $\mathbb{R}^{\mathbb{N}\times\mathbb{N}}$; d) $\mathbb{C}^{\mathbb{Q}}$;

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Takisto môžete používať známe kardinality číselných množín: $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$ a $|\mathbb{R}| = |\mathbb{C}| = \mathfrak{c}$. Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Výsledok by mal byť upravený na niektoré z kardinálnych čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$.
a: PA, BKr, KK, KM, RP, ,
b: KČ, SD, MM, VH, KŠ, ,
c: BKu, SN, SS, TS, MT,
d: LČ, PJ, EL, DŠ, , ,

Domáca úloha č. 12

Zverejnená 30.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 12.4.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto d.ú. je za 6 bodov.

Zistite, či uvedené tvrdenie platí pre ľubovoľné nekonečné kardinálne čísla a, b, c. Ak platí, tak ho dokážte. Ak nie uveďte kontrapríklad (a zdôvodnite, že je to skutočne kontrapríklad).

a) $a^b = a^c \Rightarrow b = c$

b) $b^a = c^a \Rightarrow b = c$

c) $a^b \leq a^c \Rightarrow b \leq c$

d) $b^a \leq c^a \Rightarrow b \leq c$

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.)

a: PA, LČ, EL, MM, DŠ, , ,
b: KČ, PJ, KK, SN, , ,
c: VH, SD, KM, TS, KŠ, ,
d: BKu, RP, SS, BKr, MT, , ,

Domáca úloha č. 13

Zverejnená 30.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 19.4.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto d.ú. je za 6 bodov.

Dané množiny usporiadajte podľa kardinality. Svoje tvrdenia zdôvodnite! (T.j. očakáva sa napríklad odpoveď v tvare napríklad $|A| < |C| = |D| < |B|$ a zdôvodnenie všetkých uvedených nerovností a rovností.)

(a) $A = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, $B = \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $C = \mathbb{R}^{\mathbb{Q}}$, $D =$množina všetkých spojitých zobrazení $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

(b) $A = \mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$, $B = \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $C = \mathbb{N}^{\mathbb{R}}$, $D =$množina všetkých spojitých zobrazení $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

(c) $A = \mathbb{Q}^{\mathbb{R}}$, $B = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, $C = \mathbb{R} \times \mathbb{Q}$, $D =$množina všetkých spojitých zobrazení $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Poznámka: Môžu sa používať všetky nerovnosti a rovnosti, o ktorých sme dokázali, že platia pre všetky kardinály (alebo dôkaz je v texte k prednáške a z nejakého dôvodu sme ho preskočili) a tiež platnosť rovností $\aleph_0+\aleph_0 = \aleph_0\cdot\aleph_0 = \aleph_0$ a $\mathfrak{c} = 2^{\aleph_0}$. (Inak povedané: Tie veci čo sú v prehľade v `priklady.pdf` s výnimkou rovnosti $a + b = a \cdot b = \max\{a, b\}$, ktorej platnosť pre nekonečné kardinály sme iba spomenuli bez dôkazu.) Takisto môžete používať známe kardinality číselných množín: $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = \aleph_0$ a $|\mathbb{R}| = |\mathbb{C}| = \mathfrak{c}$.

Ak budete pri výpočtoch potrebovať nejaké ďalšie pomocné výsledky o kardináloch, treba uviesť aj ich dôkaz.

Výsledok by mal byť upravený na niektoré z kardinálnych čísel $\aleph_0$, $\mathfrak{c}$, $2^{\mathfrak{c}}$, $2^{2^{\mathfrak{c}}}$.

a: PA, VH, SD, BKu, SS, DŠ, MT, , ,
b: KČ, LČ, KK, MM, RP, KŠ, , , ,
c: BKr, PJ, KM, EL, SN, TS, , , ,

Domáca úloha č. 14

Zverejnená 30.3.2021 - odovzdáva sa najneskôr 19.4.2021. (Do prednášky – ak bude záujem, po nej sa môžeme porozprávať o riešeniach.)
Táto d.ú. je za 6 bodov.

Postupnosť (a_n) čísel sa volá *takmer stacionárna,* ak

$$(\exists m \in \mathbb{N})(\forall n \geq m) a_n = a_m.$$

Inými slovami, od určitého čísla m sú už všetky členy tejto postupnosti rovnaké.

Dokážte, že:
a) množina všetkých takmer stacionárnych postupností čísel 0, 1 má kardinalitu $\aleph_0$;
b) množina všetkých takmer stacionárnych postupností prirodzených čísel má kardinalitu $\aleph_0$;
c) množina všetkých takmer stacionárnych postupností reálnych čísel má kardinalitu $\mathfrak{c}$.

a: PA, LČ, VH, KM, TS, KŠ, , , ,
b: KČ, SD, PJ, BKu, SN, DŠ, MT, , , ,
c: BKr, KK, EL, MM, RP, SS, , ,