

Domáce úlohy riešite **samostatne**. Za každú z týchto úloh sa dá získať 10 bodov, obe majú rovnaký termín na odovzdanie: cvičenia počas ôsmeho týždňa semestra (8. apríla). (Termín na odovzdávanie je dlhší ako zvyčajne – 1. apríla je štátny sviatok a nie je výuka.)

Úloha 5. Nech $n, m \in \mathbb{N}_0$ a $0 \leq m \leq n$. Dokážte, že

$$\sum_{k=0}^m \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m}.$$

Môžete používať akékoľvek identity odvodené na prednáške (alebo na cvičení) – ak sa na nejakú známu identitu odvolávate, tak jasne uveďte na akú.

Úloha 6. Nech $n, m \in \mathbb{N}_0$ a $0 \leq m \leq n$. Dokážte, že

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} 2^{n-m}.$$

Môžete používať akékoľvek identity odvodené na prednáške (alebo na cvičení) – ak sa na nejakú známu identitu odvolávate, tak jasne uveďte na akú.