

# Farbenie grafov

2. mája 2024

# Farbenie grafov

## Definícia

Graf  $G = (V, E)$  sa nazýva *k-farbitel'ný*, ak existuje ofarbenie vrcholov grafu  $k$  farbami také, že žiadne dva susedné vrcholy nemajú tú istú farbu.

2-farbitel'ný graf sa tiež nazýva *bipartitný graf* alebo *párny graf*.

## Definícia

Najmenšie  $k$ , pre ktoré je graf  $G$  *k-farbitel'ný*, sa nazýva *chromatické číslo* grafu  $G$  a označuje sa  $\chi(G)$ .

# Farbenie grafov

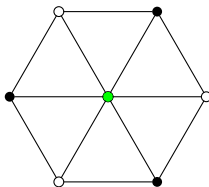
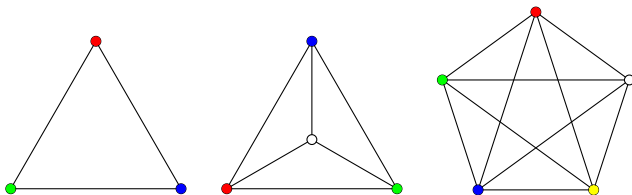


Figure: Príklad grafu ofarbeného tromi farbami

## Farbenie grafov

Figure:  $\chi(K_n) = n$

# Farbenie grafov

- ▶ ofarbenie  $k$  farbami;
- ▶ priradenie  $V \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ ;
- ▶ rozklad  $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_k$

# Bipartitné grafy

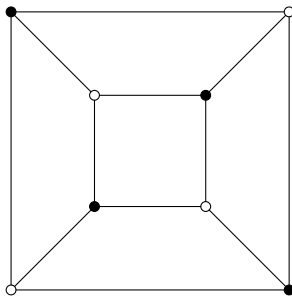


Figure: Kocka ako príklad bipartitného grafu

# Bipartitné grafy

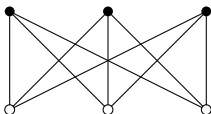


Figure: Graf  $K_{3,3}$  je bipartitný

# Bipartitné grafy

## Veta

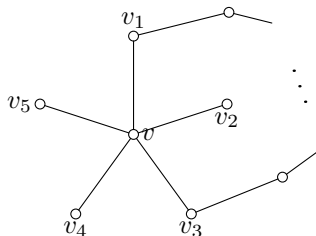
*Nech  $G = (V, E)$  je graf. Potom  $G$  je párný graf práve vtedy, keď  $G$  neobsahuje kružnicu nepárnej dĺžky.*



# Veta o piatich farbách

## Veta

*Každý rovinný graf je 5-farbitel'ný.*



# Veta o štyroch farbách

## Veta

*Každý rovinný graf je 4-farbitel'ný.*

- ▶ Dôkaz je náročný.
- ▶ Dokázaný v 20-tom storočí.
- ▶ Dôkaz využíva počítač.