

Úloha zverejnená 18. februára 2025.

Termín odovzdania: 25. februára 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Vypočítajte determinant danej matice nad poľom $\mathbb{R}$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(Na cvičení sme si povedali ako sa dajú používať elementárne riadkové operácie na výpočet determinantu. Môžete používať samozrejme aj iné metódy – napríklad Laplaceov rozvoj, ktorý preberiete v priebehu tohto týždňa.)

Úloha zverejnená 25. februára 2025.

Termín odovzdania: 6. marca 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Označme

$$D(a, b, c, d) = \det \begin{pmatrix} a^2 & a(a+1) & (a+1)^2 & a^2+1 \\ b^2 & b(b+1) & (b+1)^2 & b^2+1 \\ c^2 & c(c+1) & (c+1)^2 & c^2+1 \\ d^2 & d(d+1) & (d+1)^2 & d^2+1 \end{pmatrix}$$

Ukážte, že pre ľubovoľné $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ platí $D(a, b, c, d) = 0$.

Úloha zverejnená 4. februára 2025.

Termín odovzdania: 11. marca 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Nech A je matica 4×4 nad poľom $\mathbb{R}$, ktorá obsahuje iba čísla ± 1 . Ukážte, že potom jej determinant $|A|$ je celočíselný násobok 8.

Úloha zverejnená 11. marca 2025.

Termín odovzdania: 18. marca 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Pre daný podpriestor S v $\mathbb{R}^4$ so štandardným skalárnym súčinom nájdite maticu P ortogonálnej projekcie na S . (Uvedte aj postup resp. zdôvodnenie, ktorým ste sa dostali k výsledku.)

Čomu sa pre túto maticu rovnajú hodnosť $h(P)$ a stopa $\text{tr}(P)$?

$$S = [(1, 1, 1, 0), (1, 2, 0, 2), (1, 0, 2, -2)]$$

Úloha zverejnená 18. marca 2025.

Termín odovzdania: 25. marca 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Zistite, či zadané body $A_0, A_1, A_2, A_3 \in \mathbb{R}^3$ tvoria barycentrický súradnicový systém:

$$A_0 = (1, 1, 1)$$

$$A_1 = (2, 3, 2)$$

$$A_2 = (1, 2, 4)$$

$$A_3 = (2, 0, 3)$$

Nájdite barycentrické súradnice bodu $B = (2, 2, 4)$. Nájdite barycentrické súradnice bodu $C = \frac{1}{2}A_0 + \frac{1}{2}B$.

Úloha zverejnená 25. marca 2025.

Termín odovzdania: 1. apríla 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Pre dané roviny α, β v $\mathbb{R}^4$ nájdite ich prienik. Zistite, či sú rovnobežné, rôznobežné, mimobežné (alebo či nenastane ani jedna z týchto možností).

$$\alpha \equiv \{(x_1, x_2, x_3, x_4); 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2\}$$

$$\beta \equiv \begin{cases} x_1 = 1 + s + t \\ x_2 = 2s + t \\ x_3 = -1 + t \\ x_4 = 1 + s \end{cases}$$

(Parametre s, t, u, v nadobúdajú ľubovoľné reálne hodnoty.)

Úloha zverejnená 1. apríla 2025.

Termín odovzdania: 15. apríla 2025. (Interval na odovzdávanie som nechal dlhší – budúci týždeň píšete písomku.)

Nájdite vzdialenosť roviny α a priamky p v priestore $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$.

$$\alpha \equiv \{(x_1, x_2, x_3, x_4); x_1 - x_2 = 2, 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 4\}$$

$$p \equiv \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 + t \\ x_3 = -t \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

Úloha zverejnená 1. apríla 2025.

Termín odovzdania: 15. apríla 2025. (Interval na odovzdávanie som nechal dlhší – budúci týždeň píšete písomku.)

Nájdite vzdialenosť priamok p_1 a p_2 v priestore $(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$.

Priamky sú zadané parametricky:

$$p_1 = \begin{cases} x_1 = -1 + s \\ x_2 = -1 + s \\ x_3 = -s \\ x_4 = 1 - s; s \in \mathbb{R} \end{cases} \quad p_2 = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = t \\ x_4 = -1 + t; t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

T.j. priamka p_1 je určená bodom $A_1 = (-1, -1, 0, 1)$ a vektorom $\vec{v}_1 = (1, 1, -1, -1)$. Priamka p_2 je určená bodom $A_2 = (0, 2, 0, -1)$ a vektorom $\vec{v}_2 = (0, 0, 1, 1)$.

Úloha zverejnená 15. apríla 2025.

Termín odovzdania: 29. apríla 2025. (Najbližšie výberové cviko.)

Metódou najmenších štvorcov nájdite približné riešenie systému $A \cdot X = B$, kde:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$