

D.Ú.–sada 7

1. Nájdite všetky čísla p také, že p , $p + 2$ aj $p + 4$ sú prvočísla.
2. Riešte sústavu kongruencií

$$3x \equiv 7 \pmod{5}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5x \equiv 2 \pmod{11}$$

3. Dokážte, že $\frac{n}{\varphi(n)} = \sum_{d|n} \frac{\mu^2(d)}{\varphi(d)}$.
4. Zistite, či sú riešiteľné kongruencie a) $x^2 \equiv 17 \pmod{29}$, b) $3x^2 \equiv 12 \pmod{23}$, c) $2x^2 \equiv 27 \pmod{41}$.
5. Dokážte, že ak p je prvočíslo a $p = 4k + 1$, tak $\sum_{\substack{a=1 \\ (a|p)=1}}^{p-1} a = \frac{p(p-1)}{4}$.