

D.Ú.-sada 3

1. Nech $A = \{a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots\} \subseteq \mathbb{N}$. Ak A má asymptotickú hustotu a $d(A) > 0$, tak $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$.
2. Označme ako T_α (kde $\alpha \in (0, 1)$) systém všetkých podmnožín množiny \mathbb{N} takých, že $d(A) = \alpha$. Ukážte, že množina T_α je nespočítateľná.
3. Ak x, y, z je primitívna pytagorovská trojica, tak práve jedno z čísel x, y, z je deliteľné 5.
4. Celé čísla x, y spĺňajú rovnosť $ax - by = \pm 1$ práve vtedy, keď obsah trojuholníka s vrchmi $(b, a), (x, y)$ a $(0, 0)$ je $\frac{1}{2}$.