D.Ú.-sada 4

1. Nech $A = \{a_1 < a_2 < \ldots < a_n < \ldots\} \subseteq \mathbb{N}$. Ak existuje limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$, tak $d(A) = 0$.
2. Nech $\alpha \in \langle 0, 1\rangle$. Dokážte, že existuje podmnožina $A \subseteq \mathbb{N}$ taká, že $d(A) = \alpha$.
3. Ak x, y, z je pytagorovská trojica, tak aspoň jedno z čísel x, y, z je deliteľné 4.
4. Dokážte, že pre ľubovoľné $a, b \in \mathbb{Z}$ má nasledujúci systém nejaké celočíselné riešenie. Nájdite všetky celočíselné riešenia.

$$x + y + 2z + 2t = a$$
$$2x - 2y + z - t = b$$