# Komplexné čísla

19. decembra 2024

# Komplexné čísla

$$\mathbb{C} = \{a + bi;\, a, b \in \mathbb{R}\}$$

Ako overiť vlastnosti poľa?

# Komplexné čísla ako matice

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mapsto a + bi$$

Okruhový homomorfizmus: $M_{2,2}(\mathbb{R}) \to \mathbb{C}$

$$(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac-bd & ad+bc \\ -ad-bc & ac-bd \end{pmatrix}$$

# Vlastnosti matíc

- Grupa so sčitovaním.
- Násobenie je asociatívne, neutrálny prvok je $I$.
- Distributívnosť.

# Inverzný prvok

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} = a^2 + b^2 \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{a^2 + b^2} \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

# Komutatívnosť

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & d \\ -d & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = aI + bJ$$

$$J^2 = -I \Rightarrow (aI + bJ)(cI + dJ) = (ac - bd)I + (ad + bc)J$$

# Súvis s rotáciami

$$\begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\varphi & r\sin\varphi \\ -r\sin\varphi & r\cos\varphi \end{pmatrix}$$

# Okruh $\mathbb{R}[x]/(x^2+1)$

$$\mathbb{C} \cong \mathbb{R}[x]/(x^2+1)$$