

Porovnanie štyroch konštrukcií

16. októbra 2024

Porovnanie

Štyri základné konštrukcie:

- ▶ podpriestor (vloženie)
- ▶ faktorový priestor (faktorové zobrazenie)
- ▶ topologický súčet
- ▶ topologický súčin

Porovnanie

Štyri základné konštrukcie:

- ▶ Teória kategórií: Sú to špeciálne prípady limít a kolimít.
- ▶ Neskôr zadefinujeme iniciálnu a finálnu topológiu.
- ▶ Z toho, čo sme si zatiaľ povedali, už vidno nejaké podobnosti.

Najhrubšia topológia

Najhrubšia topológia:

- ▶ Na $\prod X_i$ taká, že všetky $p_i: \prod X_i \rightarrow X_i$ sú spojité.
- ▶ Na X taká, že $e: X \hookrightarrow Y$ je spojité.

T.j. zobrali sme všetky množiny, ktoré si vynúti spojitosť týchto zobrazení (a to, že chceme topológiu) a už nič navyše.

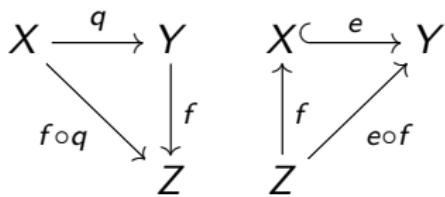
Najjemnejšia topológia

Najjemnešia topológia:

- ▶ Na $\coprod X_i$ taká, že všetky $e_i: X_i \hookrightarrow \coprod X_i$ sú spojité.
- ▶ Na Y taká, že $q: X \rightarrow Y$ je spojité.

T.j. snažili sme sa zobrať čím viac otvorených množín a nepokaziť spojitosť.

Spojitosť zobrazení



$f: Y \rightarrow Z$ je spojité $\Leftrightarrow f \circ q: X \rightarrow Y$ je spojité

$f: Z \rightarrow X$ je spojité $\Leftrightarrow e \circ g: Z \rightarrow Y$ je spojité

Spojitosť zobrazení

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{f} & \prod Y_i \\ & \searrow p_i \circ f & \downarrow p_i \\ & & Y_i \end{array} \quad \begin{array}{ccc} X_i & \xrightarrow{e_i} & \coprod_{i \in I} X_i \\ & \searrow f \circ e_i & \downarrow f \\ & & Y \end{array}$$

$f: X \rightarrow \prod Y_i$ je spojité $\Leftrightarrow (\forall i \in I) p_i \circ f: X \rightarrow Y_i$ je spojité

$f: \coprod X_i \rightarrow Y$ je spojité $\Leftrightarrow (\forall i \in I) f \circ e_i: X_i \rightarrow Y$ je spojité