

## Domáca úloha č. 1

Zverejnená 30.9.2025 - odovzdáva sa najneskôr na cvičeniach v treťom týždni semestra (9.10., 10.10. – podľa toho, do ktorej skupiny patríte).

Spôsob odovzdávania úloh je taký, na akom ste sa dohodli s cvičiacim vašej skupiny.

Vo všetkých úlohách  $\mathbb{N}$  označuje množinu prirodzených čísel, t.j.  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ . Označenie  $id_{\mathbb{N}}$  znamená identické zobrazenie na množine  $\mathbb{N}$ , t.j. zobrazenie  $id_{\mathbb{N}}: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  určené predpisom  $id_{\mathbb{N}}(n) = n$  (pre každé  $n \in \mathbb{N}$ ). Treba dodržať, že ide naozaj o zobrazenia  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ .

Súčasťou riešenia je aj overenie toho, že navrhnuté zobrazenia skutočne spĺňajú podmienky zo zadania. (Nestačí len napísať predpisy zobrazení.) A v prípade, že také zobrazenia neexistujú, treba uviesť zdôvodnenie (dôkaz) prečo to tak je.

1. Nájdite príklad zobrazení  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takých, že  $f \circ g = id_{\mathbb{N}}$  a súčasne  $g \circ f \neq id_{\mathbb{N}}$ , (alebo zdôvodnite, že také zobrazenia neexistujú).

2. Nájdite príklad zobrazenia  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takého, že  $f \circ f = id_{\mathbb{N}}$  a súčasne  $f \neq id_{\mathbb{N}}$  (alebo zdôvodnite, že také zobrazenie neexistuje).

3. Nájdite príklad zobrazení  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takých, že zložené zobrazenie  $g \circ f$  je injekcia ale  $g$  nie je injekcia, (alebo zdôvodnite, že také zobrazenia neexistujú).

4. Nájdite príklad zobrazení  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  takých, že zložené zobrazenie  $g \circ f$  je surjekcia ale  $f$  nie je surjekcia, (alebo zdôvodnite, že také zobrazenia neexistujú).

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A–D, 2 riešia E–K, 3 riešia L–R, 4 riešia S–Z