

Domáca úloha č. 5

Zverejnená 6.11.2025 - odovzdáva sa najneskôr na cvičeniach v siedmom týždni semestra (13.11., 14.11. – podľa toho, do ktorej skupiny patríte).

Vo všetkých 4 skupinách je zadanie rovnaké: Pre dané vektory z priestoru $(\mathbb{Z}_7)^4$ rozhodnite, či sú lineárne závislé alebo lineárne nezávislé.

Treba si dať pozor na to aby ste **naozaj počítali v poli** $\mathbb{Z}_7$, nie je to rovnaké ako počítat s reálnymi číslami.

Teda vo Vašom riešení by sa vlastne mali vyskytovať iba čísla zo $\mathbb{Z}_7 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(Prinajmenšom v konečnom výsledku, v rôznych krokoch riešenia sa samozrejme môžu vyskytnúť veci ako 3^{-1} alebo -5 , ktoré majú zmysel aj v $\mathbb{Z}_7$.) Ak sa vám zdá, že niekde potrebujete $\frac{3}{4}$, treba si uvedomiť, že $4^{-1} = 2$, lebo v $\mathbb{Z}_7$ platí $4 \odot 2 = 1$. Teda číslu $\frac{3}{4}$ tu zodpovedá $3 \odot 4^{-1} = 3 \odot 2 = 6$. Takisto pri odčítovaní si treba uvedomiť, že $-1 = 6$, $-2 = 5$, atď.

Riešenia, ktoré budú počítat nad iným polom budú automaticky považované za nesprávne.

A takisto zdôrazním, že by ste mali používať iba veci, ktoré **boli prebraté doteraz**. Zanedlho uvidíme, že takýto typ úlohy sa dá riešiť pomocou riadkových úprav matice, ktorá obsahuje zadané vektory ako riadky – to sme ešte neprebekali, pri riešení tejto úlohy chcem, aby ste to neriešili takýmto spôsobom. (Inak povedané, mali by ste otázku o lineárnej závislosti previesť na sústavu rovníc a potom na základe riešenia tejto sústavy nejako zistiť, či vektory sú lineárne závislé. Takéto príklady sme robili aj na cvikách, takže viete, že vlastne nie je nutné nájsť všetky riešenia sústavy. Niektorí z vás možno zo strednej školy poznajú aj maticový zápis pre sústavy rovníc – ak ho poznáte a viete ho používať, tak samozrejme môžete.)

1. $(1, 4, 3, 1), (2, 3, 1, 2), (1, 1, 2, 3), (1, 6, 4, 0)$

2. $(1, 4, 3, 1), (2, 3, 1, 2), (1, 1, 2, 3), (1, 1, 1, 2)$

3. $(1, 4, 3, 1), (3, 4, 2, 4), (1, 1, 2, 3), (2, 0, 5, 2)$

4. $(3, 0, 4, 3), (2, 3, 1, 2), (2, 2, 3, 5), (1, 1, 1, 2)$

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A–D, 2 riešia E–K, 3 riešia L–R, 4 riešia S–Z