

Domáca úloha č. 6

Zverejnená 13.11.2025 - odovzdáva sa najneskôr na cvičeniach v ďalšom týždni (20.11., 21.11. – podľa toho, do ktorej skupiny patríte).

Zistite, či platí zadané tvrdenie. Ak platí, tak ho dokažte. Ak neplatí, tak nájdite kontrapríklad.

Zdôrazním, že ak povieť, že tvrdenie platí, tak riešenie by malo byť také, že naozaj toto tvrdenie zdôvodníte pre **ľubovoľné** vektory a **ľubovoľný** vektorový priestor (v niektorých skupinách nad akýmkoľvek poľom, v niektorých skupinách nad $\mathbb{R}$.) Teda na zdôvodnenie, že tvrdenie je pravdivé, určite nestačí len si zvoliť nejaké konkrétne vektory $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$.

Ak odpoveď je, že tvrdenie neplatí, tak na vyvrátenie samozrejme stačí vybrať jeden konkrétny príklad – nájsť vektory, pre ktoré také tvrdenie nefunguje. (Ale aj v takom prípade jasne do riešenia napíšte, aký priestor V ste zvolili. A aj nad akým poľom F pracujete – toto sa samozrejme týka iba tých skupín, kde nie je priamo v zadaní určené, že ide o vektorový priestor nad poľom $\mathbb{R}$.)

1. Nech $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \in V$, kde V je vektorový priestor nad $\mathbb{R}$. Potom $d([\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}]) = d([\vec{\alpha} + \vec{\beta}, \vec{\alpha} + \vec{\gamma}, \vec{\beta} + \vec{\gamma}])$.

2. Nech $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \in V$, kde V je vektorový priestor nad poľom F . Potom $d([\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}]) = d([\vec{\alpha}, \vec{\alpha} + \vec{\beta}, \vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}])$. (Zdôrazním, že tu sa pýtam či takéto tvrdenie platí pre *ľubovoľné* pole F .)

3. Nech $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \in V$, kde V je vektorový priestor nad poľom F . Potom $d([\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}]) = d([\vec{\alpha} + \vec{\beta}, \vec{\alpha} + \vec{\gamma}, \vec{\beta} + \vec{\gamma}])$. (Zdôrazním, že tu sa pýtam či takéto tvrdenie platí pre *ľubovoľné* pole F .)

4. Nech $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \in V$, kde V je vektorový priestor nad $\mathbb{R}$. Potom $d([\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}]) = d([\vec{\alpha}, \vec{\alpha} + \vec{\beta}, \vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}])$.

Rozdelenie – podľa priezviska: 1 riešia A–D, 2 riešia E–K, 3 riešia L–R, 4 riešia S–Z