

Zadaná 16. októbra 2025. Termín odovzdania: do prednášky **23. októbra 2025**.

Úloha 1. Dokážte, nasledujúce tvrdenia – pričom je povolené používať len veci, ktoré už boli na prednáške. (Definície, vlastnosti rovnosti a nerovnosti, Cantor–Bernsteinova veta, ... T.j. skúsiť to bez použitia vecí, ktoré v texte dokázané sú napríklad o súčte kardinálnych čísel.) Vlastne celý tento dlhý pokec smeruje najmä k tomu, že by ste to mali skúsiť bez použitia výsledku, že platí: $|A| \geq \aleph_0 \Rightarrow |A| + \aleph_0 = |A|$. (Takýto fakt zanedlho dokážeme, keď sa začneme zaoberať vlastnosťami súčtu kardinálnych čísel.)

a) $|\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}| = |\mathbb{R}|$;

b) $|\mathbb{N}| \leq |\mathcal{P}(\mathbb{N})|$